[3] *Kecskés András:* Mire jó az irodalom? Köznevelés, 1972. 11. sz., 9. l.
[4] *Somlyó György:* Mire tanít a költő és hogyan tanítják, Élet és Irodalom, 1971. 27. sz., 5. l.
[5] *Péczely László:* Bevezetés a műelemzésbe, Tankönyvkiadó, Bp., 1970., 12. l.
[6] *Hankiss Elemér:* Közérthető mű, műértő olvasó, Művészet és közérthetőség (Szerk.: Szerdahelyi István), Akadémiai Kiadó, Bp., 1972., 38. l.
[7] *Péczely László:* i. m., 22. l.
[8] *Mérei Ferenc:* A pszichikai és művészeti struktúrák megfelelése. Művészet és közérthetőség (Szerk.: Szerdahelyi István) Akadémiai Kiadó, Bp., 1972., 61. l.
[9] *Ligetiné Verebély Anna:* Az általános iskolai tanulók művészi ízlésének alakulására ható tényezők, Magyar Pedagógia, 1974. 2. sz., 131. l.
[10] *Komár Pálné:* Korszerűbb általános iskolai irodalomtanítást! Magyartanítás, 1973. 2. sz., 59. l.
[11] *Komár Pálné:* i. m. 66. l.
[12] *Sőtér István:* Az ember és műve, Akadémiai Kiadó, Bp., 1971., 7. l.
[13] *Hankiss Elemér:* i. m., 22. l.
[14] *Garai László:* A művészet érthetősége (A műalkotás megértésének pszichológiája), Művészet és közérthetőség (Szerk.: Szerdahelyi István), Akadémiai Kiadó, Bp., 1972., 115. l.
[15] *Vargha Balázs:* Embernek való iskola, Új Írás, 1972. 6. sz., 107. l.
[16] *Hoffmann Ottó:* Anyanyelvi nevelésünk célja és tantárgypedagógiai alapelvei, Anyanyelvünk az iskolában (Szerk.: Szathmári István) Tankönyvkiadó, Bp., 1974., 47. l.
[17] *Keszthelyi György:* A tudományos és az iskolai műelemzés kapcsolatának problémái, Szegedi Tanárképző Főiskola Tudományos Közleményei, Szeged, 1972., 196. l.
[18] *Fövény Lászlóné:* Tükör és prizma, Magvető Kiadó, Bp., 1968., 29–30. l.
[19] *Ligetiné Verebély Anna:* Tanulmányok az esztétikai nevelés témaköréből, Akadémiai Kiadó, Bp., 1975., 69. l.
[20] *Ligetiné Verebély Anna:* i. m., 22. l.

Minden kedves Olvasónknak és Munkatársunknak
kellemes karácsonyt
és eredményekben gazdag új esztendőt kíván

a Módszertani Közlemények
Szerkesztősége, Kiadóhivatala

BÁRON LÁSZLÓNÉ
Kecskemét

Az alapműveletek és a lineáris függvény kapcsolata

A matematikaoktatás korszerűsítésének egyik legfőbb alapelve az, hogy a matematikát integráltan kell tárgyalni, nem szabad szétszabdalva, a részproblémák unalmas begyakoroltatásává változtatni. A matematikaórákon, a matematikát egységes egésznek tekintve, a részek egymáshoz fűződő kapcsolatainak vizsgálódásával kell megfogni a tanulók képzeletét, és lekötni figyelmét.

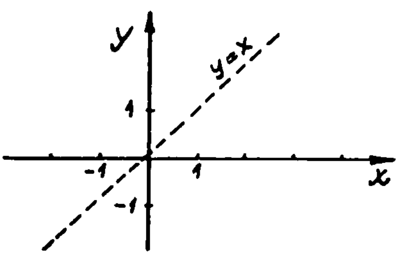
Ezt a fontos alapelvet szem előtt tartva, adom közre alábbi tapasztalataimat, amelyekhez az ideiglenes 7. o.-os tankönyv adta az alapot. Abban ugyanis a racionális számkörben való szorzás és osztás értelmezését mint függvénykapcsolat értelmezését ajánlják a szerzők. Ezt a gondolatot terjesztettem ki az összeadásra és kivonásra is. Úgy vizsgáltuk tanítványaimmal az alapműveleteket, mint függvényeket, és ábrázoltuk koordináta-rendszeren az összetartozó értékpárokat.

Előkészítés:

TEKINTSÜK az $y = x$ függvényt! KÉSZÍTSÜNK hozzá értéktáblázatot!

x	-2	-1	0	1	2
y					

ÁBRÁZOLJUK derékszögű koordináta-rendszerben az összetartozó értékeket!



NEVEZZÜK a továbbiakban ezt a függvényt alapfüggvény-nek!

VIZSGÁLJUK meg tulajdonságait:

a) az összetartozó értékek által meghatározott pontok *egy egyenesen vannak*;
b) a kapott egyenes 45 szögfokot zár be a koordináta-tengelyekkel;
c) áthalad a (0 ; 0) ponton;
d) a koordináta-rendszer egyik szimmetria tengelye.

(Valószínűleg ennél sokkal több mindent összeszednek a tanulók, de a továbbhaladáshoz ezeket feltétlenül meg kell látniok.)

Tárgyalás

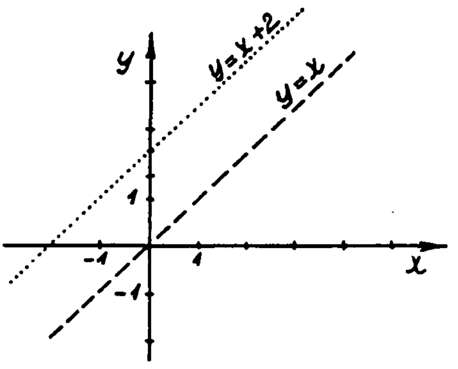
ÖSSZEADÁS

Miután megbeszéltük, hogy az összeadandók és az összeg között függvénykapcsolat áll, INDULJUNK ki az $y = x + b$ alakból, ahol b adott mennyiséget jelent. A b értéke most legyen 2.

Így $y = x + 2$ függvényt vizsgálhatjuk.

KÉSZÍTSÜNK hozzá táblázatot, majd az összetartozó értékeket ábrázoljuk koordináta-rendszerben.

x	-2	-1	0	1	2
y					



HASONLÍTSUK össze a kapott függvényképet az alapfüggvénnyel!
(KÉRDÉSEK lehetnek:

a) milyen a síkban való elhelyezkedésük egymáshoz viszonyítva?;

b) hol metszi az y tengelyt?;

c) egy kiszemelt *x* értékhez tartozó *y* értékek hol helyezkednek el?;

d) milyen kapcsolatot találunk a képlet és az egyenes között?)

Természetesen itt nagy önállóságot kell biztosítani a tanulók fantáziájának, mert ezek a percek a legértékesebbek az ismeretszerzés folyamatában.

NÉZZÜNK meg egy másik, összeadással értelmezett függvényt!

$y = x + 5$

Táblázat és ábra készítése után HASONLÍTSUK össze az előző, ill. az alapfüggvénnyel!

További összeadások értelmezése, ábrázolása után próbáljunk meg ÁLTALÁNOSÍTANI!

Pl.: ilyen megállapításokat tehetünk:

a) az alapfüggvényből párhuzamos eltolással kapjuk meg mindegyiket;

b) az eltolás iránya az y tengellyel párhuzamos, nagysága a mindenkori *b* értékkel egyenlő.

KIVONÁS

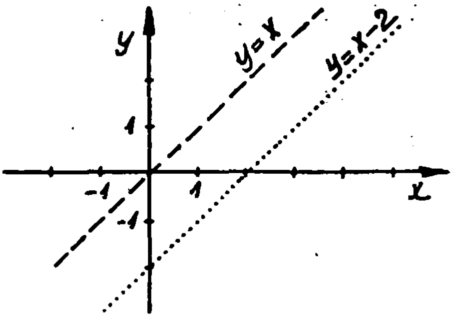
Erre két utat is választhatunk:

a) kiindulhatunk az $y = x - b$ függvényből, és az előzőkben tárgyalt összeadáshoz hasonlóan végigvezetjük;

b) kiindulni az $y = x + b$ függvényből, és értelmezzük negatív *b* értékekre.

Akárhogyan is indulunk ki, ugyanahhoz a függvényképhez juthatunk:

pl.: $y = x - 2$ vagy $y = x + (-2)$



ÖSSZEHASONLÍTÓ ÁLTALÁNOSÍTÁS:

a) ha *b* pozitív: összeadásnál a pozitív y tengely irányába, kivonásnál a negatív y tengely irányába tolódik el az egyenes;

b) ha *b* negatív, akkor az eltolások iránya az előbbivel ellentétes;

c) az egyenes az y tengelyt a (0 ; a) pontban metszi;

d) az alapfüggvény esetében b = 0.

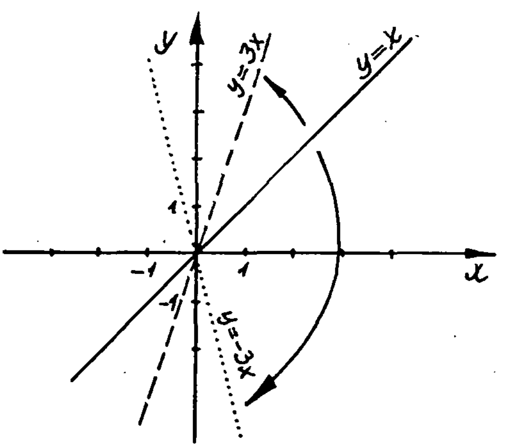
SZORZÁS

Vizsgáljuk most az $y = \pm a \cdot x$ függvényt, ha *a* egész szám.

Pl.: $y = 3x$ $y = -3x$.

x	-2	-1	0	1	2
y					

x	-2	-1	0	1	2
y					



VIZSGÁLJUK ezeknek a függvényeknek a grafikonjait, egymáshoz és az alapfüggvényhez viszonyítva. Megállapíthatjuk, hogy

a) van közös pontjuk;

b) az alapfüggvényből a többi *forgatással* jött létre (pozitív és negatív forgásirány értelmezése);

c) a két függvény képe az x tengelyre nézve szimmetrikus elhelyezkedésű.

OSZTÁS

Ezt a műveletet érdemes úgy értelmezni, mint törttel való szorzást: *a*-val való osztás azt jelenti mint $\frac{1}{a}$-val való szorzás $(a \neq 0)$.

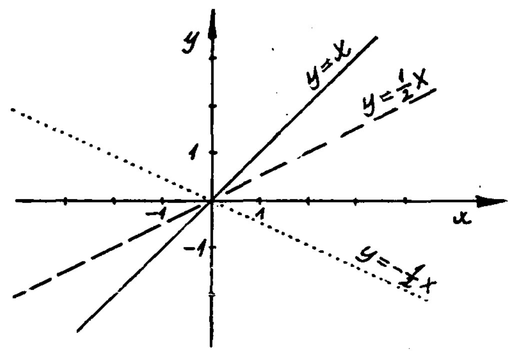
Itt fel lehet eleveníteni az osztás művelete és a tört értelmezése közötti kapcsolatot, továbbá az inverz műveletre is utalhatunk.

Tehát legyen: $y = \pm a \cdot x$, ahol *a* tört szám.

Pl. $y = \frac{1}{2}x$ $\qquad$ $y = -\frac{1}{2}x$

x	-2	-1	0	1	2
y					

x	-2	-1	0	1	2
y					



ÁLTALÁNOSÍTÁS. A függvények grafikonjainak:

a) van közös pontjuk;

b) az alapfüggvényből mindegyiket forgatással kapjuk;

c) forgásirányait értelmezzük;

d) adott x értékhez tartozó y értékeket összehasonlítjuk;

e) a kapott kép és a képlet összehasonlítása;

f) szimmetria vizsgálata;

g) az alapfüggvény esetében *a* értéke 1.

VIZSGÁLJUK az $y = x$ és $y = -x$ függvényeket!

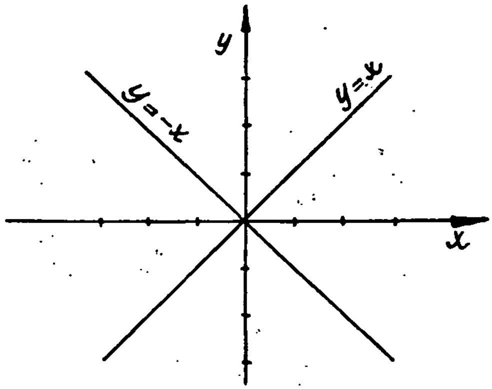
x	-2	-1	0	1	2
y					
y					

FIGYELJÜK meg, milyen irányúak egymáshoz viszonyítva!

MEGJEGYZÉS:

1. A téma feldolgozása elsősorban a műveletek gyakorlása és mélyebb értelmezése miatt történik, tehát az a jó, ha minél több függvényt értelmezünk, és készítünk hozzá

értéktáblázatot. A táblázatnál minél több összetartozó értékpárt számítsunk ki, és ellenőrzésképpen ábrázoljuk azokat. Ha valahol nem jól számoltunk, nem lesz a pont az egyenesen. Talán érdekesebb a tanuló számára ez a fajta ellenőrzés, mert szemléletes.



2. Ha kellő tapasztalatot szereztek már a tanulók, lehet összetett műveletet is értelmezni függvényként: pl.:

$y = 2x + 3$ (forgatás, majd eltolás);
$y = 2x + 3$ (eltolás, majd forgatás).

3. Lehet vizsgáltatni a következő függvénypárokat is:

a) $y = 2x + 1$, $y = 2x - 2$

b) $y = \frac{1}{2}x + 2$, stb $y = \frac{1}{2}x - 1$

A számolás ürügyén a párhuzamosság feltételét is megvizsgálhatjuk.

A következő függvénypárok esetében a merőlegesség feltételét állapíthatjuk meg:

c) $y = 2x$, $x = -\frac{1}{2}x$

d) $y = -3x$, $y = \frac{1}{3}x$.

Ez csak vizsgálódás szintjén ajánlatos, minél több példa megoldása segítségével!

4. Meggondolandó, hogy a táblán és a tanulók füzetében szerepeljen-e az általános képlet. Mindenesetre ne legelőször! A tanulókkal mindig konkrét feladatból induljunk ki! Ez alapvető dolog, mert az általános képlettel nem tud mit kezdeni. Igyekezzünk inkább ahhoz hozzájuttatni, hogy saját maga képes legyen az általánosításra.